Vypracoval: Ondřej Přibyl
e-mail: xpribyl1@lab.felk.cvut.cz

Otázka 1/2; Zadání:

Syntéza lineárních dynamických regulačních obvodů. Analýza a syntéza nelineárního regulačního obvodu. Časově optimální řízení. Rozvětvené a vícesmyčkové regulační obvody. Autonomnost a invariantnost.

1. Syntéza lineárního regulačního obvodu

Při syntéze vycházíme z předpokladu, že typ regulačního obvodu (P,PI,PD,PID,...) bude zvolen inženýrem podle požadované přesnosti regulace a následující metody jen určí jeho konstanty. Snažíme se optimalizovat parametry regulátoru abychom minimalizovali či maximalizovali požadované kritérium kvality regulace. Příkladem takového kritéria kvality může být například *doba regulace* t_r, tedy čas potřebný při skoku žádané veličiny aby absolutní hodnota regulační odchylky trvale poklesla pod 5% své počáteční hodnoty, nebo *stupeň stability, šířka propustného frekvenčního pásma* atd.

1.1. Frekvenční metody syntézy

Při frekvenční syntéze upravujeme frekvenční charakteristiku otevřené smyčky regulačního obvodu tak, abychom splnili dané ukazatele kvality regulace (nejčastěji je to maximální šířka přenášeného pásma ω_h nebo ω_0 při nepřekročení povoleného rezonančního zesílení A_r ve frekvenční charakteristice smyčky otevřené). Dynamiku uzavřené regulační smyčky můžeme obecně upravovat

1. změnou zesílení otevřené smyčky (zesílením regulátoru)
2. zařazením seriového korekčního členu R - regulátoru
3. zpětnovazebním členem Q

Zesílení otevřeného regulačního obvodu formálně hledáme podle maximálního povoleného rezonančního převýšení v Nicholsově diagramu. Obvykle není nutné kreslit Nicholsův diagram, ale příslušné vztahy se hledají přímo ve frekvenční charakteristice načrtnuté v logaritmických souřadnicích. Nevýhodou této regulace je zúžení přenášeného pásma ω_h.

Sériové a zpětnovazební korekční členy slouží k rozšíření propustného pásma. Toho se dosáhne použitím derivační korekce v regulátoru. Derivační frekvenci ω_D volíme tak, aby frekvence ω_Δ, na níž budeme měřit plánovanou fázovou bezpečnost $\Delta\Phi$, byla co nejvyšší a přitom se na ní neuplatnilo zvýšení zesílení ze stoupající části frekvenční charakteristiky PD členu. (viz. tabulka 1.1 na straně 6 v [1]). Pokud umístíme na zmíněnou frekvenci ω_Δ derivační frekvenci ω_D, zvětšíme tím na ní fázový úhel frekvenční charakteristiky otevřené smyčky *arg(G(*ω_Δ*))* o +45˚, přičemž se její amplituda $20\log\left|G(\omega_\Delta)\right|$ zvětší o pouhé 3dB. Pro fázový úhel frekvenční charakteristiky regulované soustavy *S* na této frekvenci $\Phi_\Delta = \arg S(\omega_\Delta)$ pak platí

$$\Phi_\Delta + 45^\circ = -180^\circ + \Delta\Phi \qquad (1)$$

Vypracoval: Ondřej Přibyl
e-mail: xpribyl1@lab.felk.cvut.cz

Aby se s regulátorem při fázovém úhlu dosáhlo v otevřené smyčce jednotkové zesílení, musí platit

$$20\log\left|S(\omega_\Delta)\right| + 20\log\left|R(\omega_\Delta)\right| = 20\log\left|S(\omega_\Delta)\right| + 20\log\left|r_0\right| = 0 \qquad (2)$$

Z (1) a(2) plyne algoritmus návrhu PD regulátoru pro zvolené $\Delta\Phi$.

$$\Phi\Delta: \quad \Phi\Delta = -225^\circ + \Delta\Phi \qquad \omega_\Delta: \quad \omega_\Delta = \arg(S(\omega_\Delta)) = \Phi_\Delta$$

$$\omega_D: \quad \omega_D = \omega_\Delta \qquad r_0: \quad r_0 = \frac{1}{\sqrt{2}\left|S(\omega_\Delta)\right|} \qquad (3)$$

$$20\log(r_0): 20\log(r_0) = -20\log\left|S(\omega_\Delta)\right| - 3dB$$

Pro $\Delta\Phi = 45^\circ$ vede tento algoritmus na volbu $\omega_D = \omega_k$.

Pro regulátor typu PI je návrh obdobný neboť se obě charakteristiky liší pouze přidáním jednoho integrátoru a jinými indexy konstant. Proto, pokud k soustavě připojíme integrátor regulátoru, může pro syntézu zůstat algoritmus (3).

1.2. Předepsaná konfigurace predominantních pólů přenosu uzavřené smyčky – PKPP

Předpokládejme, že navrhujeme regulátor pro systém bez dopravního zpoždění jehož přenos má čitatel řádu $m=0$. V čitateli otevřené smyčky se vyskytují pouze konstanty regulátoru, neboli $B(p) = b_0 = 1$. Metoda vede na maximalizaci stupně stability δ.

Jednou z metod nalezení pólů přenosu uzavřené smyčky je metoda geometrického místa kořenů (GMK). Na obrázku 3.16 na straně 37 v [1] jsou vidět některé typické případy pro příklad 3.6.2. Nejzajímavější pro naši syntézu je případ *b)*, u nějž se přechodová charakteristika na skok řízení skládá ze skoku, exponenciály o známé časové konstantě T=0,6s a kosinusovky zatlumené exponenciálou o téže časové konstantě.I při velmi malém tlumení obvod minimálně překývne. S neideálním PD regulátorem (je ztracen diracův impuls v t=0) je příslušný přechodový děj samozřejmě pomalejší než v případě b. Ačkoli je však tento děj kmitavý, je zaručeně monotónní.

Soustava třetího řádu, regulátor se dvěma konstantami

Nechť je přenos soustavy S roven

$$S(p) = \frac{1}{p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}. \qquad (4)$$

Pro tuto soustavu chceme dosáhnout PKPP dle obr. 3.16b) s předepsaným tlumením a komplexně sdružené dvojice pólů. Pro *a = 1* obsáhne nalezený postup i mez aperiodicity 3.16c).

Řešení:

Aby měla komlexně sdružená dvojice pólů a jeden reálný pól stejnou reálnou část, musí pro charakteristické činitele komplexně sdružené dvojice $\left(p^2 + 2a\omega_n p + \omega_n^2\right)$ a reálného pólu $(p+q)$ platit

$$q = a\omega_n \tag{5}$$

Charakteristický polynom třetího řádu s PKPP je tudíž po dosazení (5)

$$c(p) = \left(p^2 + 2a\omega_n p + \omega_n^2\right)\left(p + a\omega_n\right) \tag{6}$$

Přenos otevřené smyčky s PD regulátorem ve tvaru podílu polynomů je

$$G(p) = \frac{r_0 + r_1 p}{p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \tag{7}$$

a charakteristický polynom uzavřené smyčky je potom

$$c(p) = p^3 + a_2 p^2 + (a_1 + r_1)p + (a_0 + r_0) \tag{8}$$

Porovnáním členů u stejných mocnin p v (6) a (8) obdržíme algoritmus pro výpočet konstant regulátoru:

$$\omega_n = \frac{a_2}{3a} \quad ; \quad r_1 = (1 + 2a^2)\omega_n^2 - a_1 \quad ; \quad r_0 = a\omega_n^3 - a_0 . \tag{9}$$

Výpočet má smysl pouze pro $a_2 > 0$, pro něž je stupeň stability

$$\delta = a\omega_n = \frac{a_2}{3} . \tag{10}$$

1.3. Empirické metody nastavování klasifikátoru

V průmyslovém provozu se často používají metody nastavování regulátoru bez složitých výpočtů. Obvykle měníme jednotlivé složky regulátoru tak, abychom zachovali překmit a dobu ustálení v toleranci. Detailněji je tento postup popsán v [1] na straně 64.

Jednou z dobře popsaných metod je metoda *Ziegler-Nicholsova*. Ta je založena na znalosti kritické frekvence ω_k a kritického zesílení $\left|S(j\omega_k)\right|$ regulované soustavy. Ty je možno najít ve frekvenční charakteristice při průchodu argumentu hodnotou $\Phi = -180^\circ$ nebo zkusmo na reálné soustavě, zapojíme-li regulátor jako ryze proporcionální a zvyšujeme r_0 až po dosažení meze stability. V tabulce v [1] na straně 65 jsou uvedeny hodnoty doporučované Zieglerem a Nicholsem a také hodnoty, odpovídající frekvenčním metodám syntézy.

2. Nelineární regulace

V této kapitole je popsán návrh vícepolohových regulátorů.

2.1. Syntéza pomocí ekvivalentního přenosu

Základní rovnice pro ekvivalentní přenos (na straně 28 v [1]) ukazuje, že záporný inverzní ekvivalentní přenos pro nelineární systémy jakoby nahrazoval bod (-1,j0) v Nyquistově kritériu stability pro systémy lineární. To umožňuje rozšíření frekvenčních metod syntézy též na regulátory s nelineárním výstupním členem.

2.1.1. Nekmitající systémy

Prostá úvaha např. pro dvoupolohový regulátor domácí chladničky nás přesvědčí, že takový regulátor musí nutně kmitat. Regulovaná veličina se totiž může ustálit pouze na hodnotě, odpovídající jedné z poloh regulátoru. Pokud dospějeme k názoru, že trvale kmitat nemusí, můžeme použít ekvivalent některé frekvenční metody. V zásadě jde o ekvivalent rozšíření analýzy stability pomocí ekvivalentního přenosu ze strany 29 v [1]. Naší snahou je dosáhnout předepsané fázové a amplitudové fázové bezpečnosti, které se nejlépe hledají v Nicholsově grafu. Další snahou je, aby oblast, v níž tyto tolerance měříme, ležela na co největší frekvenci frekvenční charakteristiky lineární části regulačního obvodu. Toho můžeme podobně jako u lineární regulace dosáhnout přidáním PD korekce. Derivační frekvenci ω_D (záporně vzatou nulu přenosu) regulátoru umístíme do kritické frekvence ω_k. Tu v tomto případě představuje frekvence bodu prvního dotyku nelineární a lineární charakteristiky při postupném zvyšování zesílení.

2.1.2. Trvale kmitající regulační systémy

Někdy použijeme několikapolohový regulátor i v případě, že trvale kmitá. Při pokusu o použití ekvivalentního přenosu pro tyto obvody musíme rozlišovat, budou-li v ustáleném stavu kmity symetrické, či jejich stejnosměrná složka nebude předem definována. Použití metody ekvivalentního přenosu je vhodné jen když je tento přenos možno definovat jako funkci závislou pouze na amplitudě.

2.2. Časově optimální řízení

Cílem je v minimálním čase dovést lineární, časově invariantní systém z jednoho bodu do jiného. Z fyzikálního názoru je zřejmé, že toto posunutí za nejkratší čas dosáhneme pouze v případě, že využíváme maximální možné akční zásahy obou polarit nebo se pohybujeme po dovolené hranici akční veličiny. Chceme-li např. přejet automobilem co nejrychleji mezi dvěma místy, musíme auto při každém přechodovém jevu urychlovat maximální možnou akcelerací či brzdit maximální možnou decelerací a respektovat přitom limity tření pneumatik na vozovce a pravidly silničního provozu.

Časově optimální řízení je možno realizovat buďto pomocí přepínacích nadploch ve stavovém prostoru nebo pomocí individuálně vypočtené stavové trajektorie s vyznačenými body přepnutí pro daný přechodový jev. Podstatou obého je simulace přechodového jevu pozpátku, t.j. v záporném čase, s počátečními podmínkami danými předepsaným koncovým bodem. Postup pro soustavu druhého řádu je popsán a zobrazen na straně 76 v [1].

Stavovým prostorem pro systém druhého řádu je rovina a přepínací nadplochy se zjednoduší na přepínací křivku. Mějme soustavu s jedním vstupem a jedním výstupem popsanou stavovými rovnicemi

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{11}$$

Chceme převést zastupující bod ve stavové rovině z daného bodu $[x_1(0),x_2(0)]$ do předepsaného bodu $[x_1(T),x_2(T)]$ v minimálním čase T s tím, že jsou zadány hranice, které stavové proměnné nesmí překročit a omezení akční veličiny regulátoru.

Ve stavových rovnicích substituujeme $\tau = -t$ (t.j. počítáme v záporném čase) a obdržíme *adjungované stavové rovnice.*

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(\tau) &= -a_{11}x_1(\tau) - a_{12}x_2(\tau) - b_1u(\tau) \\ \dot{x}_2(\tau) &= -a_{21}x_1(\tau) - a_{22}x_2(\tau) - b_2u(\tau) \\ y(\tau) &= c_1x_1(\tau) + c_2x_2(\tau) \end{aligned} \tag{12}$$

Řešení (12) pro u = +1 s respektováním omezení stavových proměnných dává jednoznačnou křivku ve stavové rovině. Octne-li se zastupující bod systému na této křivce, pak jej řízení u = +1 dovede do předepsaného bodu $[x_1(T),x_2(T)]$. Podobná úvaha platí pro další křivku, danou řízením u = -1. Viz obrázek 5.5 v [1].

3. Rozvětvené a mnoharozměrové regulační obvody

Při zapojení dalších pomocných vazeb a smyček do regulačních obvodů dostaneme rozvětvené regulační obvody. Nejčastěji se dělí na

- rozvětvené regulační obvody s pomocnou regulovanou veličinou
- rozvětvené regulační obvody s pomocnou akční veličinou
- rozvětvené regulační obvody s měřením poruchové veličiny
- rozvětvené regulační obvody s pomocnou regulovanou veličinou měřenou na modelu.

Vypracoval: Ondřej Přibyl
e-mail: xpribyl1@lab.felk.cvut.cz

3.1. Rozvětvené regulační obvody s pomocnou regulovanou veličinou

Pro zlepšení dynamických vlastností regulačního obvodu nebo pro potlačení vlivu poruchových veličin měříme často v nějakém místě regulované soustavy pomocnou regulovanou veličinu y_p a zavádíme ji do vhodného místa regulátoru – viz obr. 6.1 a 6.2 v [1]. Nejčastěji se jednotlivé bloky regulátoru řadí do kaskády.

Jednotlivé regulační smyčky se navrhují a seřizují počínaje nejvnitřnější z nich s tím, že každá z nich má za přenos regulované soustavy přenos řízení své podřízené smyčky. Výhodou zapojení je urychlení dynamiky regulačního obvodu a snížení vlivu poruch.

3.2. Rozvětvené regulační obvody s pomocnou regulovanou veličinou

Charakteristické pro tyto obvody je zapojení dvou akčních zásahů do regulované soustavy, z nichž jeden je určen pro trvalý provoz a druhý pro výjimečné stavy. Při regulaci tlaku páry je hlavním regulačním zásahem výkon předávaný do vařící se vody, tedy např. výkon topeniště. Pokud tento výkon nestačí a tlak páry poklesne pod určitou mez, přiškrtí korektor odběr páry do turbíny přes podřízené regulátory výkonu a úhlové frekvence.
V některých regulačních obvodech je pomocná akční veličina spojena se zvláštním zdrojem energie.

3.3. Rozvětvené regulační obvody s měřením poruchové veličiny – invariance

Je-li možné měřit některou z poruchových veličin, je možno její vliv alespo-%n částečně eliminovat zapojením rozvětveného regulačního obvodu s měřením poruchových veličiny podle obr. 6.5.

Poruchu *v* si můžeme představit jako veličinu sice měřitelnou, ale vstupující do soustavy v místech, kde nemůžeme zasáhnout žádnou akční veličinou. Pokud nazveme tu část regulované soustavy, kde poruchová veličina neprochází, S_1, stačí, abychom k akční veličině regulátoru přičetli změřenou poruchovou veličinu *v*, vedenou přes pomocný člen s přenosem $R_1 = -1/S_1$ a porucha se na výstupu vůbec neprojeví. Takový regulační obvod se nazývá *invariantní vůči poruše v*.

Vypracoval: Ondřej Přibyl
e-mail: xpribyl1@lab.felk.cvut.cz

3.4. Rozvětvené regulační obvody s pomocnou regulovanou veličinou měřenou na modelu

3.4.1. Rozvětvený regulační obvod s kompenzací dopravního zpoždění

Regulovanou soustavu se zpožděním si můžeme představit jako sériové zapojení dopravního zpoždění a zbylých členů soustavy s přenosem *S(p)*. Můžeme vytvořit model soustavy, v němž můžeme měřit nezpožděnou výstupní veličinu bloku *S´*. Zapojíme=li model paralelně k regulované soustavě tak, aby se jejich výstupní veličiny odčítali, získáme na výstupu pouze odchylku výstupních veličin. Na výstupu modelového bloku *S´* pak získáme přibližnou hodnotu výstupní veličiny regulované soustavy s předstihem Td (dopravní zpoždění). Toto zapojení zlepšuje dynamické vlastnosti soustavy.

3.4.2. Rozvětvený regulační obvod se vzorovým modelem

V tomto případě je mezi regulátor R a soustavu S vřazen v pomocné zpětnovazební smyčce s regulátorem R_M vzorový model soustavy M. Pomocná smyčka je zařazena tak, aby snižovala rozdíl mezi výstupní veličinou *y* regulované soustavy S a výstupní veličinou modelu M. Viz obr. 6.7 v [1].

Literatura:

[1] Doc. Ing. Jan John, Csc., Systémy a řízení, vydavatelství ČVUT, Praha 1996.